

QUAL É A SUA MASSA CRÍTICA? UMA ABORDAGEM EMPÍRICA PARA CÁLCULO DA MASSA CRÍTICA EM PLATAFORMAS DIGITAIS

WHAT IS YOUR CRITICAL MASS? AN EMPIRICAL APPROACH FOR CALCULATING CRITICAL MASS IN DIGITAL PLATFORMS

LEONARDO DE CASTRO LIMA¹

LCA Consultoria Econômica. São Paulo (SP). Brasil.

JOÃO CARLOS NICOLINI DE MORAIS²

LCA Consultoria Econômica. São Paulo (SP). Brasil.

GABRIEL SILVA TAKAHASHI³

LCA Consultoria Econômica. São Paulo (SP). Brasil.

RESUMO: O ponto de massa crítica é um indicador crucial para plataformas digitais, pois representa um estágio a partir do qual o crescimento é sustentável. Identificar esse ponto é importante para as decisões estratégicas das empresas, como a entrada em novos mercados ou investimentos futuros. Por esses motivos, é também um conceito importante para a avaliação do ambiente competitivo, sendo relevante para a política concorrencial. Este artigo busca detalhar esse conceito, apresentando uma metodologia que permite a identificação aproximada da massa crítica. A metodologia é aplicada com dados de usuários do jogo Counter-Strike Global Offensive e no histórico da participação de usuários da plataforma Windows 7. Utilizando informações públicas sobre o jogo e o Windows 7, é possível verificar a consistência do ponto identificado.

PALAVRAS-CHAVE: plataformas digitais; massa crítica; defesa da concorrência.

ABSTRACT: The critical mass point is a crucial indicator for digital platforms as it represents a stage from which growth becomes sustainable. Identifying this point is important for companies' strategic decisions, such as entering new markets or making future investments. For these reasons, it is also an important concept for evaluating the competitive environment and relevant to competition policy. This article aims to detail this concept by presenting a methodology that allows for the approximate identification of critical mass. The methodology is applied using data from users of the game Counter-Strike Global Offensive and the historical participation of users on the Windows 7 platform. By utilizing publicly available information about the game and Windows 7, it is possible to verify the consistency of the identified point.

KEYWORDS: digital platforms; critical mass; antitrust.

INTRODUÇÃO

¹ Orcid do(a) autor(a) 1: <https://orcid.org/0009-0002-2492-8957>

² Orcid do(a) autor(a) 2: <https://orcid.org/0000-0003-2980-577X>

³ Orcid do(a) autor(a) 3: <https://orcid.org/0009-0009-6296-8248>

A massa crítica é relevante para as plataformas digitais, porque representa seu ponto de “decolagem”, a partir do qual se conquista um número de usuários que possibilita um crescimento sustentado do negócio. Sua mensuração é importante tanto para decisões internas das empresas, como entradas em novos mercados ou investimentos futuros, quanto para questões de defesa da concorrência e regulação. No entanto, a identificação desse ponto não é trivial. Este artigo busca contribuir com uma metodologia que possibilite essa identificação.

No começo do texto, serão retomados os históricos de crescimento de algumas plataformas digitais a fim de detalhar sua trajetória de expansão e explicar o conceito de ponto de massa crítica (**Seção 2**). No caso do WhatsApp, por exemplo, a atratividade do aplicativo para os primeiros usuários foi pequena, dado que poucas pessoas o utilizavam. No entanto, conforme mais pessoas passaram a baixar o *app*, seu valor aumentou. Esse ponto, em que se atinge uma escala mínima para um crescimento sustentado do negócio, é conhecido como “ponto de massa crítica”.

A trajetória de difusão de uma nova tecnologia pode ser explicada de forma análoga à de um avião, desde a sua partida até atingir a velocidade de cruzeiro. Ao partir, o avião começa a acelerar rapidamente até a decolagem. A partir desse momento, o avião passa a ganhar velocidade a taxas crescentes e segue em aceleração. Nesse cenário, o ponto de massa crítica é o de decolagem.

Alcançá-lo é de extrema relevância para o sucesso das plataformas e, portanto, ter o conhecimento de qual número representa esse patamar impacta as decisões de entrada em novos mercados, além de ter implicações regulatórias em casos de defesa de concorrência. Saber qual é o ponto de massa crítica de uma plataforma, por exemplo, pode ser essencial para a decisão do Conselho Administrativo de Defesa Econômica (Cade) sobre os limites da sua política de exclusividade, a fim de garantir crescimento de várias plataformas dentro de um mesmo mercado.

Tendo em vista a importância da massa crítica para decisões de negócios e formulação de políticas públicas, como dito acima, a academia vem se debruçando nos últimos anos sobre o tema. Os estudos abordam tanto a definição do conceito como a identificação do ponto de

massa crítica. Essa identificação, porém, é menos trivial e se observa menos tentativas nesse sentido até o momento.

A contribuição central deste texto, ao fim, será apresentar uma metodologia para a identificação deste ponto de maneira aproximada por meio de uma metodologia matemática de filtros ou *screenings* (**Seção 3**). Em seguida, aplicar-se à metodologia nos dados de usuários do jogo Counter-Strike Global Offensive (CS:GO) e de participação de mercado da plataforma Windows 7, confrontando o ponto encontrado com informações públicas que validam o provável alcance da massa crítica (**Seção 4**). Na conclusão do artigo, encontra-se uma síntese das suas principais contribuições.

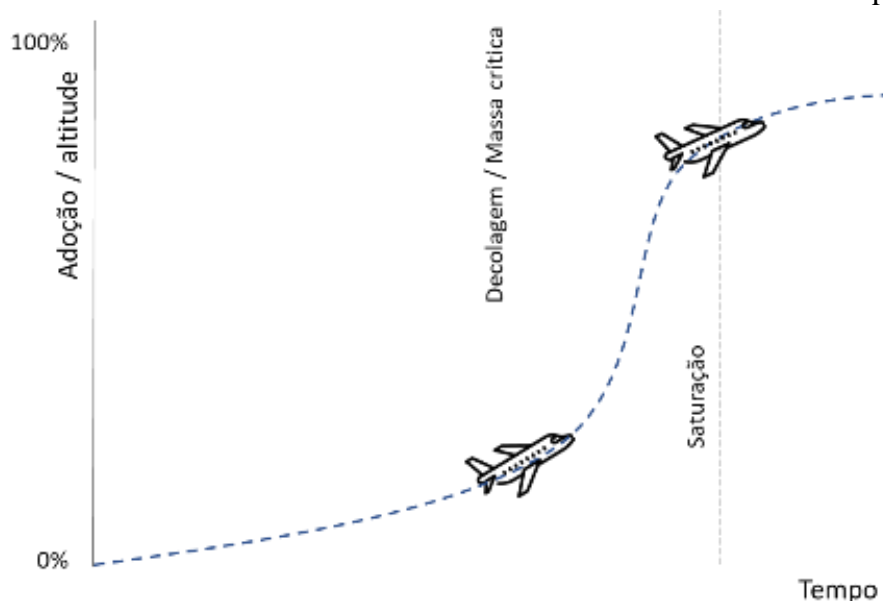
2. O CONCEITO DE MASSA CRÍTICA E SUA RELEVÂNCIA PARA AS PLATAFORMAS DIGITAIS

As plataformas digitais vêm ganhando destaque na economia nos últimos anos com o surgimento de empresas como Facebook, WhatsApp e Uber. Em comum, todas elas alcançaram um número de usuários suficiente para que funcionem de forma eficaz e gerem valor para seus usuários, sendo este conhecido como o ponto de massa crítica, conforme definido por Evans (2020, p. 6):

“Critical mass refers to the minimum set of members of both sides necessary for the platform to provide a sufficiently valuable service that it can keep those members on board, grow by attracting more users than it loses, and become a profitable enterprise”

Para compreender o processo de difusão de uma tecnologia pode-se compará-lo à trajetória de um avião desde seu ponto de partida até atingir a velocidade de cruzeiro, a exemplo do que mostra a Figura 1.

Figura 1 – Imagem ilustrativa para o crescimento explosivo ao se atingir a massa crítica e a eventual saturação



Fonte: elaboração própria.

Durante a partida, o avião começa a acelerar de forma significativa até o momento em que decola e passa a ganhar velocidade a taxas crescentes e em aceleração, sendo esse o ponto de massa crítica. Após levantar voo, o avião continuará acelerando e sua trajetória começará a apresentar um formato de S (MAHLER e ROGERS, 1999). No caso da plataforma, após atingir a massa crítica, ela continuará ganhando adeptos de forma cada vez mais rápida até o estágio em que atingir a saturação - a velocidade de cruzeiro do avião.

Nesse momento, a taxa de crescimento de adeptos começa a aumentar de forma cada vez mais lenta até que a aceleração se torne negativa e a taxa de novos adeptos da tecnologia passe a cair, dado que a maioria do público-alvo projetado já adotou a tecnologia.

O que possibilita o crescimento acelerado de uma plataforma, ou, se olharmos para a Figura 1, a decolagem do avião, são os efeitos de rede positivos⁴, ou seja, o fato de que, à medida que mais usuários se aderem à tecnologia, ela se torna mais atrativa, desencadeando um ciclo virtuoso de expansão. Destaca-se também que, quanto mais interações feitas dentro dela,

⁴ De acordo com Brasil (2021), efeitos de rede positivos diretos podem ser definidos da seguinte maneira: em algumas espécies de plataformas *online* (por exemplo, redes sociais e plataformas de mensagens instantâneas) a utilidade para os usuários deriva do número de usuários do mesmo lado, o que seria o efeito direto de rede. À medida que a base de usuários no mesmo lado cresce, a utilidade da plataforma cresce, e há o que se chama de efeito positivo e direto.

maior o volume de informações e melhores a personalização, a eficiência e a qualidade da plataforma, atraindo assim ainda mais usuários.

Um exemplo de plataforma digital que se vale de efeitos de rede diretos é o Facebook. Sua operação iniciou com convites apenas para estudantes de Harvard, para que se conectassem entre si. Após esse primeiro grupo usar a plataforma e difundi-la para seus colegas de faculdade, porque viam valor no uso da rede social, o Facebook passou então a enviar convites para outras faculdades, até ser disponibilizado de forma pública, atingindo milhões de usuários.

Processo análogo pode ser observado em aplicativos de mensagens instantâneas, como o Whatsapp e Telegram. Inicialmente, esse tipo de *app* tem uma baixa atratividade para os primeiros usuários, uma vez que poucas pessoas os utilizam. No entanto, conforme mais usuários passam a baixá-lo, os efeitos de rede diretos o tornam atraente para outras pessoas, dada a possibilidade de se comunicarem com os que já estão presentes nele.

Os efeitos de rede também podem ser indiretos, como destaca o relatório do Stigler Committee on Digital Platforms (2019) da Universidade de Chicago, quando a presença de bens ou serviços complementares como os jogos no Facebook, têm o poder de elevar o valor de uso de um determinado aplicativo para o consumidor:

“Complements today often come in the form of applications (“apps”) or a specific type of content. The more complements a platform has, the more popular it is with users. Just as customers of a popular app store receive an indirect network effect when more and better developers are attracted to app stores with big customer bases, customers of a widely used social media site benefit from the many games designed for that social media site, which in turn are driven by the large number of consumers. These network effects can also be seen in recommendation systems or driving directions that exploit larger datasets of users’ purchasing behavior or travel paths to offer higher quality advice.” (STIGLER COMMITTEE ON DIGITAL PLATFORMS, 2019, p. 38)

Nota-se, portanto, que há um ponto durante o processo de difusão de uma nova tecnologia em que os benefícios de a aderir se tornam elevados o suficiente para que novos usuários venham de forma “orgânica”, dada as vantagens e o estoque de usuários presentes, fazendo com que seu processo de difusão se acelere cada vez mais, sendo este o ponto de massa crítica.

A identificação da massa crítica tem impactos significativos nas decisões de negócio e questões regulatórias. Do ponto de vista das empresas, conhecer essa informação é fundamental

para determinar a viabilidade do negócio. Ao entender quantos usuários são necessários para a plataforma se tornar atrativa e sustentável, a empresa consegue tomar decisões acerca da entrada em determinado segmento, a alocação de recursos, estratégias de *marketing* e a otimização da experiência do usuário.

Sob o aspecto de políticas concorrenciais, a literatura acerca das plataformas digitais no contexto antitruste tem enfatizado as limitações das ferramentas econômicas e regulatórias convencionais na avaliação do desempenho dessas plataformas. Isso fica evidente no relatório OCDE (2022), que aponta as especificidades das plataformas, tais como externalidades de rede, múltiplos lados e a dinâmica do ambiente digital, que dificultam a aplicação de abordagens tradicionais. Outro exemplo é o relatório de Lancieri e Sakowski (2020), que cita o Stigler Center ao afirmar que “as dificuldades de aplicar os instrumentos antitruste para mercados com preço-zero, como também a necessidade de autoridades criarem instrumentos para melhor compreender os casos em que startups podem desafiar as empresas incumbentes” (LANCIERI e SAKOWSKI, 2020, p.102).

Nesse contexto, a determinação da massa crítica pode auxiliar os órgãos reguladores na avaliação de fusões e aquisições, fornecendo um meio de analisar o potencial de entrada de novas empresas em mercados afetados por essas operações. Além disso, pode ser empregada em casos de condutas unilaterais, como práticas de exclusividade e *self-preferencing*.

Para ilustrar o uso prático dessa metodologia, considere o exemplo da exclusividade. Ao estimar a massa crítica em termos do número de restaurantes dentro de um aplicativo de *delivery*, os reguladores podem obter uma avaliação mais precisa do impacto real da exclusividade na capacidade de crescimento e na rivalidade entre os diversos *players* do mercado. Isso permite uma análise mais aprofundada das implicações concorrenciais dessas práticas e ajuda na tomada de decisões.

Como destacam Evans e Schmalensee (2013), a depender das características do segmento, a massa crítica pode ser alcançada mesmo com baixa participação de mercado, sendo indicativo de que tais empresas tem capacidade de crescer de forma expressiva e ajudam a disciplinar o comportamento dos demais competidores, sendo relevante para a análise de efeitos de uma aquisição ou conduta:

“Critical mass refers to the minimal level of demand that platforms must have on their various sides. Platforms that reach that level are viable and positioned to grow more through positive feedback effects. Platforms that fall short of that level are not viable. In some industries, the level of critical mass may be small portion of the overall market. For example, Discover appears to be a viable U.S. payment card system even though it has only about a 3.2 percent share of transaction volume” (EVANS e SCHMALENSEE, 2013, p. 29)

Conforme será explorado na próxima seção, a estimação da massa crítica não é trivial e apresenta diversos desafios para sua precisa identificação, o que pode inviabilizar seu uso em casos concretos. Contudo, dado o crescimento das plataformas digitais e sua relevância, o presente artigo busca trazer contribuições para o cálculo da massa crítica visando a sua utilização em decisões de negócio e como uma nova ferramenta para órgãos reguladores.

3. METODOLOGIA DE ESTIMAÇÃO DA MASSA CRÍTICA

Embora o momento do alcance da massa crítica seja definido como o “o nível mínimo de demanda que as plataformas multilaterais devem possuir em todos os seus lados” (EVANS e SCHMALENSEE, 2013, p. 29, tradução nossa), a identificação desse instante exato pode ser elusiva na prática. Afinal, o momento deve ser afetado por um conjunto extenso de informações que mencionamos na seção anterior: número de interações na plataforma ou o número de usuários ativos, a qualidade das interações, os efeitos indiretos através de serviços complementares – além de outras características, como os agentes envolvidos na plataforma.

Este artigo não se propõe a identificar com precisão esse momento, mas a introduzir um filtro ou *screening* para uma identificação aproximada. Essa abordagem envolve identificar um ponto ao longo da trajetória do número de usuários ou transações, em que podemos presumir que a massa crítica já foi alcançada. Apesar de utilizar um ponto como resultado específico, entende-se que este está contido dentro de uma região que também contém o real ponto de massa crítica.

A metodologia de *screening* se inspira no formato da curva de difusão do modelo de Bass (1969), porém se vale de uma simplificação no conjunto de parâmetros considerados. A metodologia apresentada necessita essencialmente do número de usuários ou de interações em

uma plataforma – informações como o total do mercado potencial ou a estimação de uma taxa de contágio não são necessárias⁵.

O filtro ou *screening* requer uma condição para funcionar: a curva de usuários, interações ou de participação de mercado da plataforma deve possuir formato sigmoide ou em “S”, tal como na Figura 1 ou nos modelos de difusão, como em Bass (1969). Vamos assumir que esse formato pode ser descrito por uma função $f(t)$ - na qual t é o número de períodos e $f(t)$ representa o número de usuários ou o número de interações em cada t período⁶.

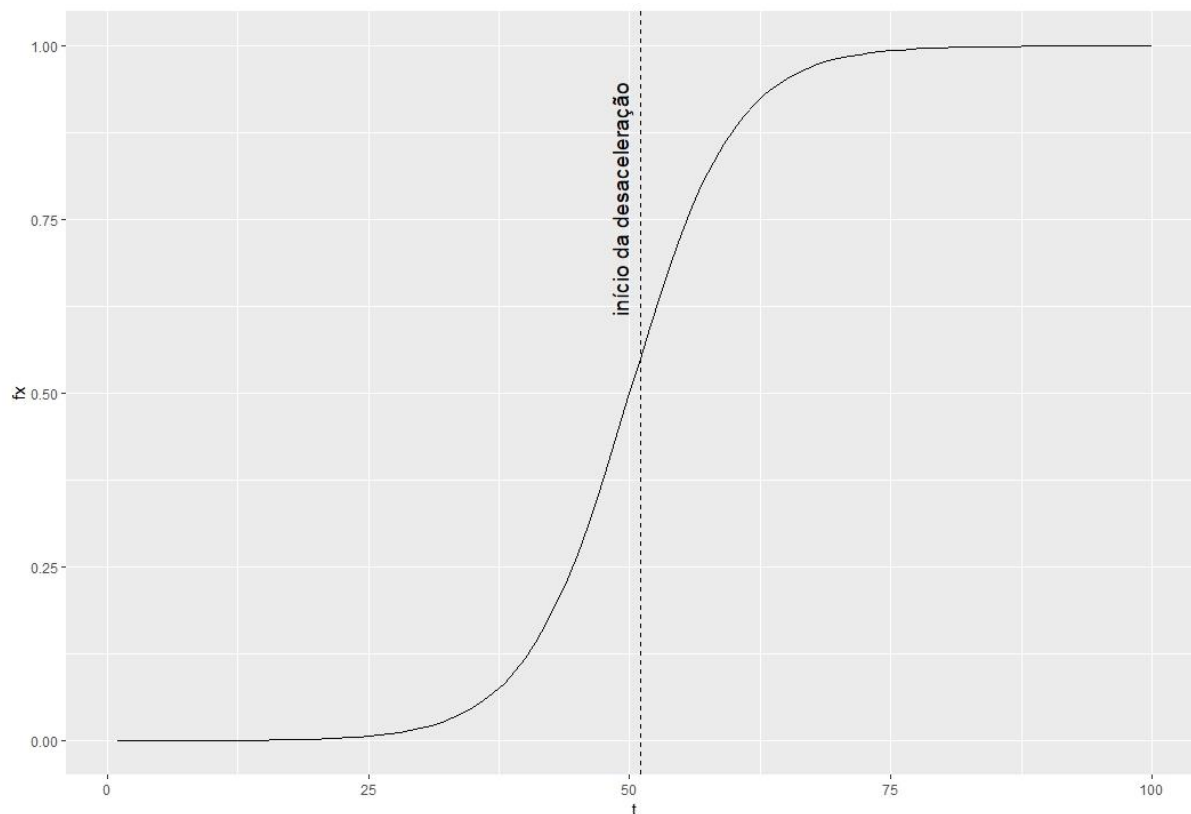
O filtro, por sua vez, possui as seguintes características:

- (Hipótese 1) Presume-se que quando se atinge a massa crítica, a curva de usuários ou o número de interações é crescente – matematicamente, $f'(t) > 0$.
- (Hipótese 2) Presume-se que quando se atinge a massa crítica, a curva de usuários ou o número de interações esteja acelerando – matematicamente, $f''(t) > 0$

A consequência da hipótese 2 é que o ponto de massa crítica deva ser atingido antes do ponto de inflexão da curva de difusão, assim como pode ser observado na Figura 2. Porém, como é possível observar, este ponto se encontra próximo do meio da curva de difusão e muito afastado do que os artigos propõem como ponto de massa crítica.

⁵ Devido à limitação do pacote utilizado nos exercícios, os dados precisam ser transformados para um intervalo entre 0 e 1, caso já não estejam. Para isso, basta dividir os valores pela máxima histórica da série temporal (essa transformação não altera o comportamento dos dados). Após a estimação da função, para retornar aos valores reais da série temporal, basta multiplicar os resultados estimados pela máxima histórica original. Esta solução é aplicada no caso do CS:GO. Para mais detalhes, ver anexo.

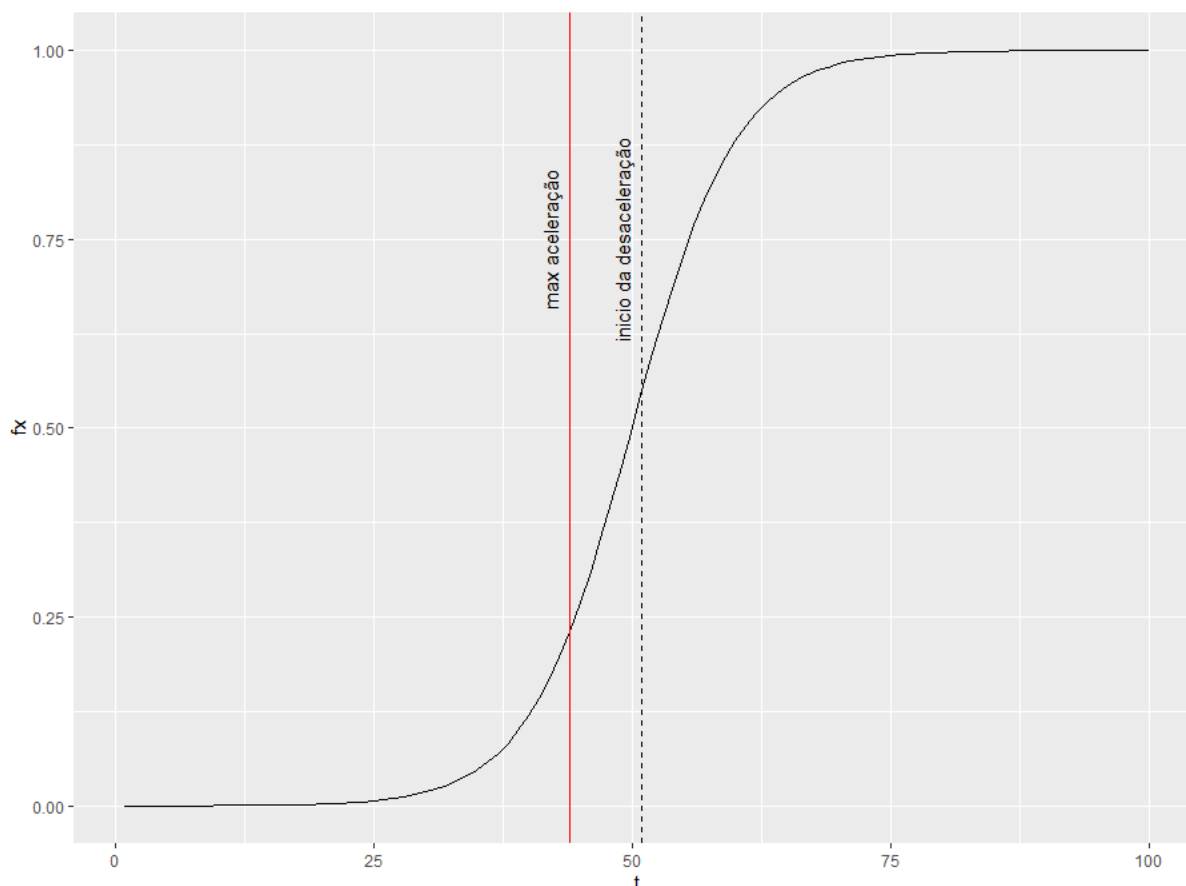
⁶ A formalização matemática de todas as hipóteses apresentadas e a apresentação do modelo de difusão de Bass estão presentes no anexo do artigo.

Figura 2 – Início da desaceleração

Fonte: elaboração própria com dados simulados.

A fim de refinar a identificação deste ponto, Puumalainen et al. (2011) com base na definição de Griliches (1957) divide a curva de difusão em 3 fases, indicando o ponto de máxima aceleração, vide **Figura 1** abaixo.

Na visão destes autores, o ponto de massa crítica é encontrado quando a curva de aceleração $f'(t)$ atinge o seu valor máximo, momento em que se iniciaria a segunda fase do processo de difusão de uma nova tecnologia.

Figura 1 - Ponto de aceleração máxima

Fonte: elaboração própria com dados simulados.

Ao se basear na aceleração de adoção, a metodologia se diferencia de Steur e Bayrle (2020), que buscaram estimar o ponto de massa crítica usando a distribuição acumulada da função também baseada em Bass (1969). A análise aqui apresentada é mais direta e menos dependente de hipóteses relacionadas aos tipos de usuários do serviço⁷.

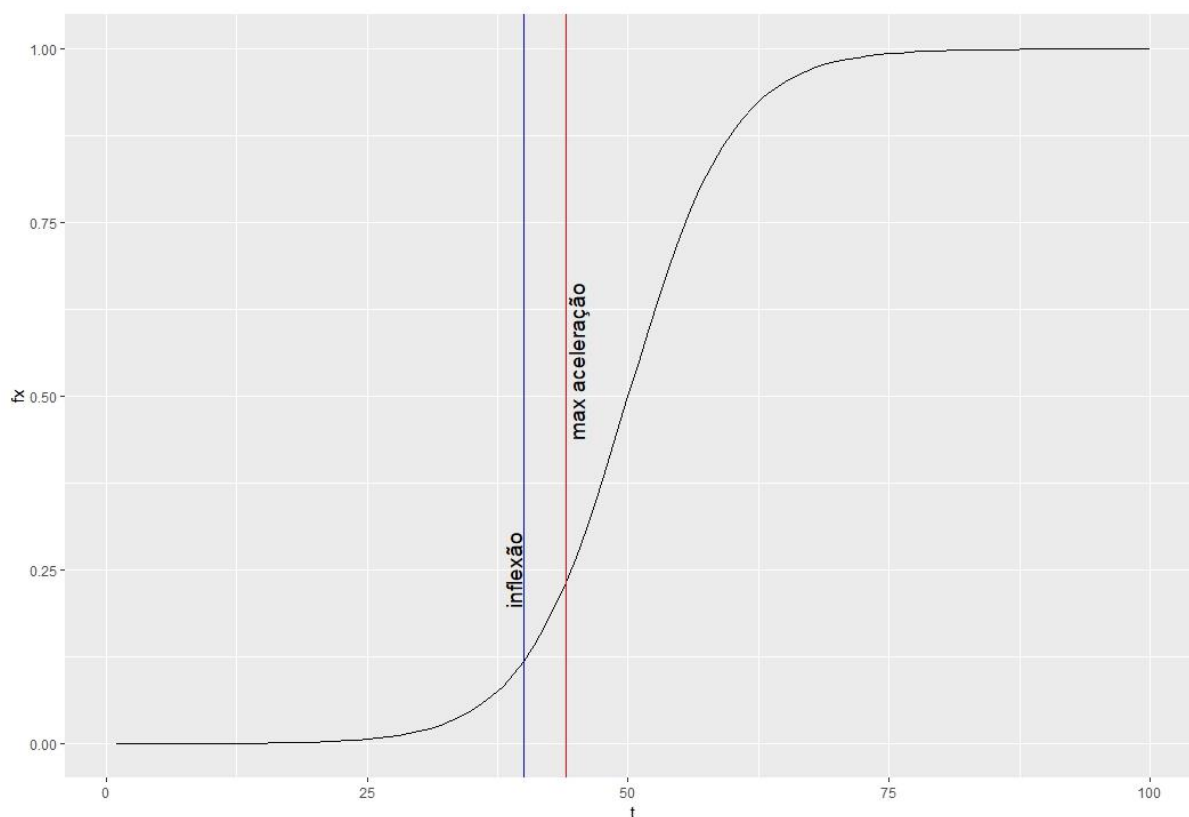
No entanto, parece excessivamente conservador supor que o ponto de massa crítica, que deveria ser o momento em que os efeitos de rede começam a ter um impacto significativo e

⁷ O artigo de Steur e Bayrle (2020) está citado por completude desta revisão, mas requer maior clareza no desenvolvimento de algumas hipóteses para uma análise pormenorizada. Contudo, no entendimento dos autores deste presente trabalho, o artigo oferece uma metodologia mais complexa, pois depende de uma categorização teórica dos agentes entre imitadores e inovadores, e não generalizável, dado que o uso de funções acumuladas não é aplicável para todos os cenários, como no caso do CS:GO, que utiliza a média de usuários ativos.

geram crescimento sustentado da plataforma, seja exatamente o momento em que a aceleração começa a diminuir. Isso é evidenciado pelo fato de que, no gráfico, o ponto de máxima aceleração é precedido por um período de rápido crescimento na taxa de adoção da nova tecnologia, o que sugere que a massa crítica já teria sido alcançada anteriormente. Para contornar este problema, propomos uma terceira hipótese:

(Hipótese 3) Presume-se que a massa crítica já foi atingida no primeiro ponto de inflexão da curva de aceleração – matematicamente, o valor máximo de $f''(t)$, sujeito a 2.

Conforme exposto, as duas primeiras hipóteses, existência de uma curva crescente e em aceleração, são condições básicas para a existência de externalidades de rede e o alcance da massa crítica. A terceira hipótese, porém, talvez seja menos intuitiva e por isso recorreremos a uma explicação visual na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** abaixo, em que descrevemos qual seria o ponto de massa crítica caso a adotássemos (Hipótese 3 – linha azul) em comparação com a metodologia apresentada por Puumalainen et al. (2011) (linha vermelha).

Figura 4 – Ponto de massa crítica

Fonte: elaboração própria com dados simulados.

Neste caso, o filtro identifica um ponto com menos usuários ou interações em uma plataforma, mas que ocorre num momento no qual a curva ainda está crescendo e acelerando e não pode ser considerado como arbitrário. De tal modo que esse ponto, que antecede a máxima aceleração na curva (segunda diferença), pode ser considerado como um parâmetro de referência seguro para a massa crítica.

É importante ressaltar que esse ponto não representa necessariamente o valor exato da massa crítica, pois tal valor depende de vários fatores, mas serve como um ponto de referência ainda conservador, indicando que a massa crítica possivelmente foi atingida em algum momento próximo, visto que a aceleração da difusão já começa a apresentar sinais de exaustão.

Destaca-se que a metodologia é simples e suficientemente geral para ser aplicada à maioria das plataformas. O método é adequado para analisar o número de transações entre os lados de uma plataforma (e.g., restaurantes e consumidores em um *app* de *delivery*) ou o número

de usuários de um lado da plataforma (e.g., número de usuários do Facebook), que são indicadores de popularidade ou difusão dela. Como será explorado nos exemplos da próxima seção, o filtro também pode utilizar métricas de participação de mercado (*market share*), presumindo-se que tenha sido alcançado um valor mínimo de participação para que as estimativas sejam realizadas.

4. DESCRIÇÃO DOS DADOS E FILTROS DO PACOTE DO R UTILIZADOS

Nesta seção, apresentamos duas aplicações práticas da metodologia abordada acima: uma usando os dados de média mensal de jogadores de CS:GO e outra utilizando o *market share* do sistema operacional Windows 7 em todo o mundo. Para realizar essas aplicações, recorreremos ao software R e a dois pacotes principais: o tidyverse para a manipulação de dados e a criação de gráficos, e o pacote *diffusion* para aplicar o filtro de Bass e gerar a curva de difusão com base em dados reais.

4.1 COUNTER-STRIKE GLOBAL OFFENSIVE (CS:GO)

O mercado de jogos *multiplayer online* é conhecido por apresentar efeitos de rede significativos (RONG; REN; SHI, 2018). Além disso, há uma abundância de dados disponíveis sobre eles serem facilmente acessíveis na internet. Por esses motivos, esses jogos são excelentes candidatos para a implementação da estratégia proposta.

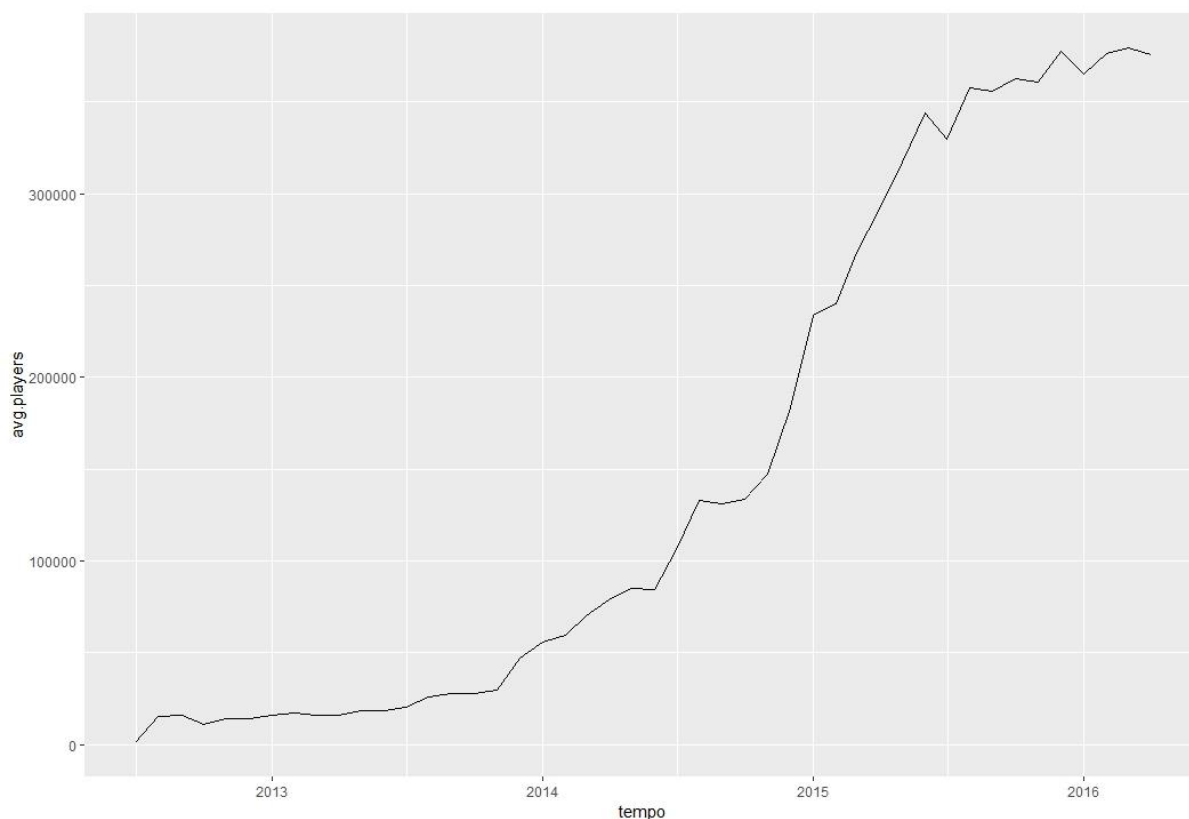
CS:GO é um jogo *multiplayer* do gênero FPS (*First-Person Shooter*), lançado em 2012 pela Valve, e assim como muitos outros jogos *online*, está disponível na plataforma Steam. Os dados de média mensal de jogadores de CS:GO foram extraídos do site SteamCharts⁸, que

⁸ Ver: <https://steamcharts.com/app/730#All>. Acesso em 13/06/2023.

coleta esses dados por meio da *API* da Steam, permitindo a captura de informações de jogos hospedados na plataforma, incluindo o CS:GO.

O jogo compartilha características similares com os exemplos de redes sociais mencionados na primeira seção, nos quais a presença de efeitos de rede é observada. Isso ocorre devido ao seu modo de jogo mais popular, que é o modo *online* entre pessoas com o uso do “*matchmaking*”, onde os usuários são conectados a amigos ou jogadores de nível similar. Assim como nas redes sociais, nos estágios iniciais, o jogo pode ter uma baixa atratividade devido à disponibilidade limitada de opções de partidas. No entanto, à medida que mais jogadores aderem, os efeitos de rede diretos tornam o jogo mais atraente para outras pessoas, ampliando as possibilidades de partidas e interações dentro do jogo.

A Figura 5 exibe a trajetória da média mensal de jogadores do CS:GO desde o seu lançamento em 2012 até 2016. Observa-se que os dados da média de usuários não seguem um formato sigmoide perfeito, o que dificulta o cálculo direto do ponto de massa crítica, uma vez que a curva precisa ser bem-comportada. Portanto, de acordo com a metodologia apresentada acima, vamos estimar a função de difusão do jogo com base no modelo de difusão de Bass.

Figura 5 – Média mensal de jogadores de CS:GO

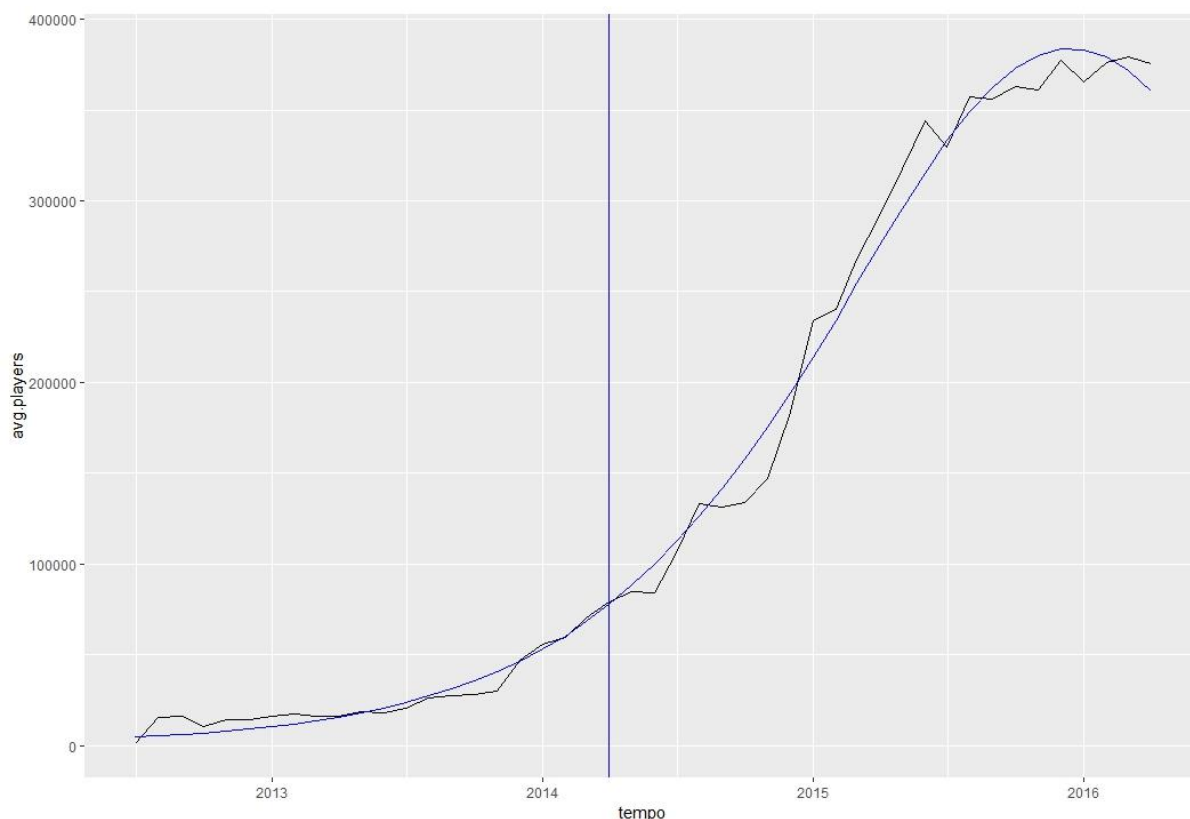
Fonte: elaboração própria com base nos dados de Steamcharts

A **Figura 2** ilustra os resultados da função de difusão de Bass (linha azul), cujos parâmetros foram estimados utilizando os dados originais da média mensal de jogadores do aplicativo (linha preta). É possível observar que os valores estimados na função de Bass são muito próximos aos valores reais, indicando que o modelo foi bem ajustado aos dados. Isso sugere que a função de difusão de Bass é uma representação adequada do padrão de adoção do jogo ao longo do tempo.

Aplicando a metodologia com os dados na função de Bass, foi estimado que o ponto de massa crítica do CS:GO ocorreu aproximadamente em abril de 2014, quando a média mensal de jogadores estava em torno de 77.838, conforme indicado pela linha vertical azul na figura. Esse ponto representa o momento em que os efeitos de rede atingiram um nível significativo, impulsionando ainda mais a adoção do jogo. Essas estimativas coincidem com notícias que reportam o crescimento explosivo do CS:GO justamente nesse período como reflexo dos

esforços da Valve para impulsionar a comunidade de jogadores (WALKER, 2015), o que confere consistência ao filtro.

Figura 2 – Média mensal de jogadores CS:GO após aplicação de modelo de difusão de BASS



Fonte: elaboração própria com base nos dados de Steamcharts.

Em maior detalhe, no final de 2013, a plataforma introduziu uma economia de itens em que os usuários podem adquiri-los dentro do jogo e ocorreram campeonatos que ampliaram a base de usuários da plataforma (LAHTI, 2014). Em janeiro de 2014, a Valve realizou investimentos em servidores para suportar o crescimento da comunidade de jogadores⁹.

Ressalta-se que o filtro não busca identificar o momento exato de alcance da massa crítica, mas um ponto suficientemente próximo e que seja útil a analistas.

⁹ Ver: <https://liquipedia.net/counterstrike/Patches>. Acesso em 13/06/2023.

4.2 WINDOWS 7

Os mercados de sistemas operacionais são amplamente afetados por efeitos de rede diretos e indiretos, se tornando objeto de estudos acadêmicos e casos nas autoridades antitruste de todo mundo (WERDEN, 2001). Os efeitos de rede diretos surgem dos ganhos experimentados pelos usuários quando outras pessoas próximas utilizam o mesmo sistema operacional. A presença de um número maior de usuários facilita a resolução de problemas comuns e promove a interoperabilidade de arquivos, uma vez que os sistemas operacionais compartilham os mesmos softwares.

Por outro lado, os efeitos de rede indiretos são gerados pela atratividade e crescimento do mercado devido à maior base de usuários. Essa atratividade leva ao aumento do interesse e investimento de desenvolvedores de software, que criam programas para atender às demandas dos usuários. Esse ciclo virtuoso de oferta e demanda resulta em uma maior disponibilidade de software e, por consequência, atrai um número ainda maior de usuários.

Esses efeitos de rede, tanto diretos quanto indiretos, desempenham um papel importante na dinâmica dos mercados de sistemas operacionais. Eles influenciam as preferências dos consumidores, moldam a competitividade entre diferentes sistemas e afetam as estratégias das empresas atuantes nesse segmento. Portanto, compreender o ponto de massa crítica em mercados de sistemas operacionais fornece informações cruciais para a avaliação da dinâmica setorial, permitindo uma visão mais clara sobre os fatores que impulsionam o crescimento e a competitividade nesse ambiente altamente influenciado pelos efeitos de rede.

Para esta aplicação, utilizaremos os dados de *market share* do sistema operacional Windows 7, disponibilizados pelo pacote *diffusion*¹⁰, em uma janela temporal que abrange desde sua data de lançamento em 2009 até o período de início de declínio do sistema em 2013. Os dados são registrados em frequência mensal e serão empregados como medida para o cálculo de massa crítica.

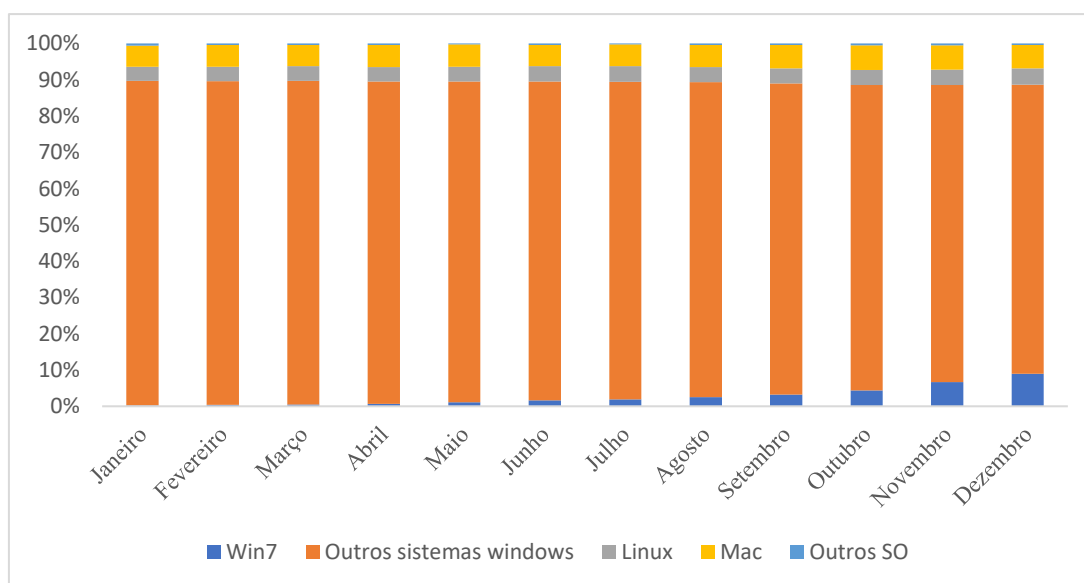
¹⁰ Base de dados tsWindows. Dados foram coletados pelos autores do pacote através do site https://www.w3schools.com/browsers/browsers_os.asp.



A Figura 7, abaixo, apresenta um panorama geral do *market share* dos sistemas operacionais em 2009, quando o sistema foi lançado. Em 2009, o Windows XP era o sistema operacional mais usado no mundo, com uma participação de mercado entre 60% e 70%. O Mac e o Linux, juntos, representavam cerca de 11% do mercado.

Como é possível observar, os sistemas Windows já eram uma marca consolidada. Convém destacar que a existência de uma marca conhecida pode influenciar positivamente na velocidade em que a massa crítica é atingida, mas por si só não garante o sucesso do processo. O Windows Vista, lançado em 2007, por exemplo, é um caso emblemático sobre a existência de múltiplos fatores na determinação da trajetória e atingimento da massa crítica. Mesmo com uma campanha de *marketing* de US\$500 milhões durante o lançamento, o sistema apresentava tantos problemas de performance e compatibilidade que ele não foi capaz de se consagrar no mercado (SCHNEIDER e HALL, 2011).

Figura 7 – *Market share* dos sistemas operacionais em 2009

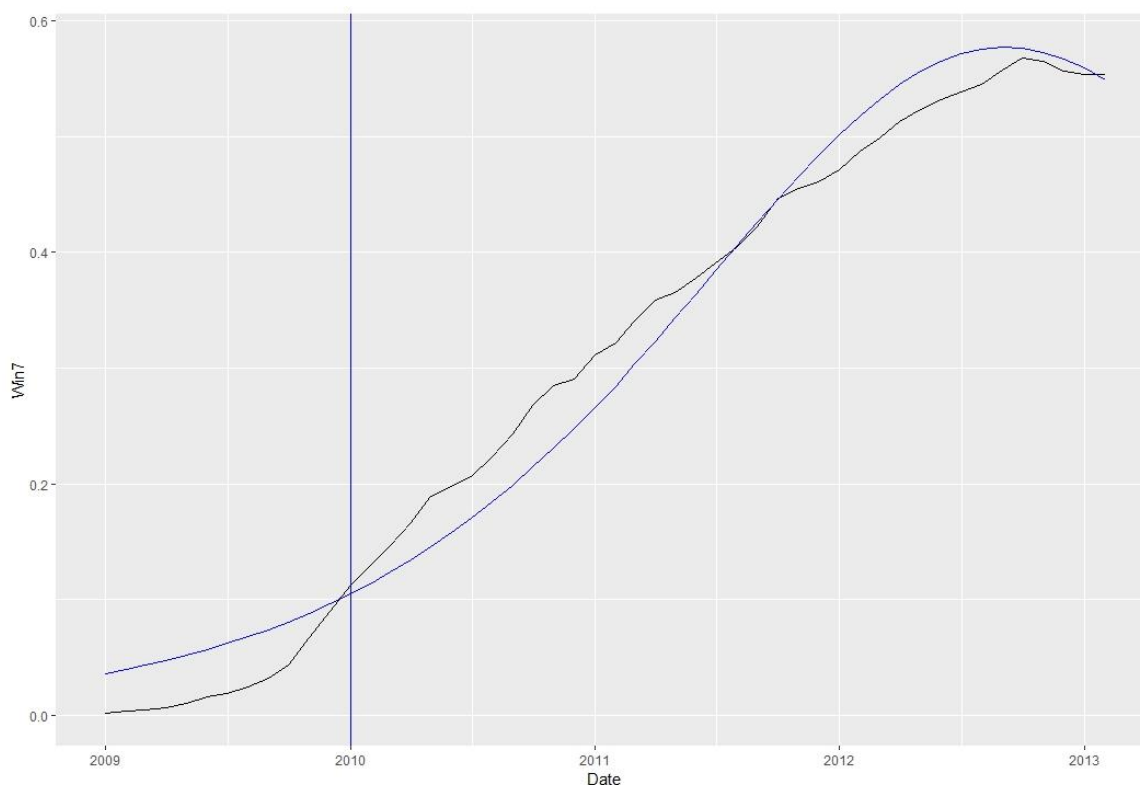


Fonte: elaboração própria com base nos dados de W3schools.

O caso do Windows 7 é diferente. Seguindo a mesma lógica do caso anterior, a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta os dados de *market share* do Windows 7 (linha preta), a função de difusão de Bass estimada (curva azul) e a estimativa do ponto de massa

crítica (linha vertical). De acordo com as estimativas a massa crítica foi atingida em janeiro de 2010 quando o *market share* do Windows 7 estava em torno de 10,47%.

Figura 8 – Dados *market share* Windows 7 e ponto de massa crítica



Fonte: elaboração própria com base nos dados de W3schools.

Durante o período em que, supõe-se, foi alcançada a massa crítica, observou-se um crescimento acelerado nas vendas do sistema operacional Windows 7 em escala global (THURROTT, 2010). Essa dinâmica pode ser atribuída, em parte, à estratégia adotada pela Microsoft, que buscou estabelecer uma conciliação com as empresas por meio do lançamento de versões empresariais do sistema, incorporando soluções de segurança mais robustas e fornecendo versões de teste (REISINGER, 2010). Além disso, a Microsoft também se alinhou com os vendedores de PCs, garantindo que o Windows 7 fosse a versão pré-instalada predominante nas novas unidades (LEBLANC, 2010). Essa estratégia teve um impacto significativo no impulsionamento das vendas do sistema operacional.

CONCLUSÃO

A identificação do ponto de massa crítica pode oferecer evidências valiosas para empresas que atuam em mercados nos quais os efeitos de rede têm relevância significativa, sendo uma característica ressaltada com frequência em plataformas digitais como Facebook e Uber.

O ponto se refere a um momento em que se alcança um número mínimo de usuários ou transações que permitem a viabilidade plataforma. Por ser um ponto no qual é alcançada uma capacidade de crescimento sustentável da plataforma, a estimação da massa crítica possui grande relevância para a política concorrencial. A estimação pode ser útil na análise de fusões e aquisições, bem como na avaliação de práticas exclusionárias (e.g., fechamento de mercado). Ademais, essa informação pode ser crucial para orientar as decisões estratégicas das empresas, tais como investimentos em *marketing*, expansão de recursos ou estabelecimento de parcerias estratégicas.

Embora seja reconhecido que a estimação do ponto de massa crítica não seja uma tarefa trivial, a metodologia apresentada neste artigo oferece uma alternativa com a adoção de um filtro ou *screening* para uma identificação aproximada de tal ponto. Para estimar esse momento, foram revisados os principais estudos sobre o tema e foi apresentada uma metodologia baseada na função de difusão de Bass, que demanda um conjunto relativamente pequeno de informações. Com base em três hipóteses matemáticas apresentadas no artigo, o ponto de inflexão da curva de aceleração da função de Bass é proposto como um momento de referência suficientemente adequado para o filtro. Esse ponto seria o primeiro indício de “desaceleração” relativa do crescimento da plataforma e funcionaria como uma estimativa conservadora de que a massa crítica já foi alcançada.

A aplicação dessa metodologia foi ilustrada em dois casos práticos: o jogo *online* CS:GO e o sistema operacional Windows 7. Os resultados demonstraram que a metodologia é capaz de capturar o momento aproximado em que os efeitos de rede se tornam significativos e impulsionam a adoção da tecnologia.

Como sugestões para trabalhos futuros, propõe-se testar a metodologia em outros casos envolvendo plataformas digitais, além de compará-la com abordagens existentes na literatura. Também é sugerido explorar os fatores que influenciam a determinação da massa crítica em diferentes contextos e setores, bem como analisar as implicações regulatórias e concorrenciais decorrentes do alcance da massa crítica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASS, Frank. A new product growth for model consumer durables. **Management science**, v. 15, n. 5, p. 215-227, 1969. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.15.5.215>>. Acesso em: 19 de junho de 2023.

BRASIL. Ministério da Justiça e Segurança Pública. Conselho Administrativo de Defesa Econômica. Departamento de Estudos Econômicos. Brasília: CADE, ago. 2021. **Cadernos CADE: Mercado de Plataformas Digitais**. Disponível em: <<https://cdn.cade.gov.br/Portal/centrais-de-conteudo/publicacoes/estudos-economicos/cadernos-do-cade/plataformas-digitais.pdf>>. Acesso em: 19 de junho de 2023.

EVANS, David. Vertical Restraints in a Digital World. In: EVANS, David; FELS, Allan; TUCKER, Catherine (ed.). **The Evolution of Antitrust in the Digital Era: Essays on Competition Policy**. 1ª ed. Boston: Competition Policy International, 2020, v. 1, p. 43-68. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=3551597>>. Acesso em: 31 de maio de 2023.

EVANS, David; SCHMALENSEE, Richard. **The antitrust analysis of multi-sided platform business**. National Bureau of Economic Research, fev. 2013. Working Paper 18783. Disponível em: <<http://www.nber.org/papers/w18783>>. Acesso em 31 de maio de 2023.

GRILICHES, Zvi. Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change. **Econometrica**, v. 25, n. 4, p. 501, out. 1957.

LAHTI, Evan. Valve explains how CS:GO became the second most-played game on Steam. **PC Gamer**, 25 mar. 2014. Disponível em: <<https://www.pcgamer.com/valve-explains-how-csgo-became-the-second-most-played-game-on-steam/>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

LANCIERI, Filippo.; SAKOWSKI, Patrícia. **Concorrência em mercados digitais: uma revisão dos relatórios especializados**. Departamento de Estudos Econômicos - DEE. CADE. Ago. 2020. Disponível em: <https://cdn.cade.gov.br/Portal/Not%C3%ADcias/2020/Estudo%20do%20DEE%20aborda%20concorr%C3%Aancia%20em%20mercados%20digitaisDocumentodeTrabalho5_Concorr>

[enciaemmercadosdigitaisumarevisaodosrelatoriosespecializados.pdf](#)>. Acesso em: 12 abr. 2023.

LEBLANC, Brandon. 64-Bit Momentum Surges with Windows 7. **Windows Steam Blog**, 08 jul. 2010. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20100712104728/http://windowsteamblog.com/windows/b/bloggingwindows/archive/2010/07/08/64-bit-momentum-surges-with-windows-7.aspx>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

MAHLER, Alwin; ROGERS, Everett. The diffusion of interactive communication innovations and the critical mass: the adoption of telecommunications services by German banks. **Telecommunications Policy**, vol. 23, issues 10-11, p.719-740, nov. 1999.

OCDE. **OECD Handbook on Competition Policy in the Digital Age**, 23 fev. 2022. Disponível em: <<https://www.oecd.org/daf/competition/oecd-handbook-on-competition-policy-in-the-digital-age.pdf>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

PUUMALAINEN, Kaisu et al. The critical mass of wireless communications: Differences between developing and developed economies. In: ABDEL-WAHAB, Ahmed; EL-MASRY, Ahmed. **Mobile information communication technologies adoption in developing countries: Effects and implications**. 1ª ed. IGI Global, 2011. p. 1–17, 31 ago. 2010.

REISINGER, Don. 10 Things Microsoft Did to Make Windows 7 a Success. **eWeek**, 04 mar 2010. Disponível em: <<https://www.eweek.com/enterprise-apps/10-things-microsoft-did-to-make-windows-7-a-success/>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

RONG, Ke; REN, Qun; SHI, Xianwei. The determinants of network effects: Evidence from online games business ecosystems. **Technological Forecasting and Social Change**, v. 134, p. 45–60, set. 2018.

SCHNEIDER, Joan; HALL, Julie. Why Most Product Launches Fail. **Harvard Business Review**, 1 abr. 2011.

STEUR, Andreas; BAYRLE, Niklas. **S-Curves in Platform-based Business—Facing the Challenge of the Tipping Point**, 22 jun. 2020. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20220928101954id_/https://aisel.aisnet.org/cgi/viewcontent.cgi?article=1205&context=pacis2020>. Acesso em: 20 set. 2023.

STIGLER COMMITTEE ON DIGITAL PLATFORMS. **Final Report**, set. 2019. Disponível em: <<https://www.chicagobooth.edu/-/media/research/stigler/pdfs/digital-platforms---committee-report---stigler-center.pdf>>. Acesso em 30/06/2023.

THURROTT, Paul. Windows 7: 150 Million Copies Sold. **Windows IT Pro**, 23 jun. 2010. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20121021060551/http://www.windowsitpro.com/article/paul-thurrotts-wininfo/Windows-7-150-Million-Copies-Sold>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

WALKER, Patrick. How Counter-Strike: Global Offensive is still dominating Steam. **Games Industry.biz.**, 16 out. 2015. Disponível em: <<https://www.gamesindustry.biz/how-counter-strike-global-offensive-is-still-dominating-steam>>. Acesso em: 30 jun. 2023.

WERDEN, G. J. Network effects and conditions of entry: lessons from the Microsoft case. **Antitrust Law Journal**, v. 69, n. 1, p. 87–111, 2001.



ANEXO – A FUNÇÃO DE FRANK BASS E FORMALIZAÇÃO MATEMÁTICA DAS HIPÓTESES DOS FILTROS

A FUNÇÃO DE FRANK BASS

A função formalizada por Bass (1969) pode ser sintetizada pela seguinte expressão:

$$N(t) = \frac{m(1 - e^{1-(p+q)t})}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}}$$

A função $N(t)$ representa o número acumulado de interações ou de usuários até o período t . A otimização da curva de Bass é inicializada pela aproximação linear sugerida por Bass (1969). Os parâmetros p , q e m são estimados usando o método de mínimos quadrados ordinários (MQO) e representam, respectivamente, o coeficiente de inovação, de imitação e o mercado potencial.

O MQO é estimado ao prever os valores atuais da série temporal em função da soma e do quadrado da soma cumulativa dos valores até o período imediatamente anterior dessa mesma variável. Em outras palavras, é realizada uma regressão da seguinte forma:

$$y_t = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1}^2 + u_t$$

Em que y_t é o valor atual da variável predita e Y_{t-1} é o valor acumulado da variável y até o período $t-1$, isto é, $Y_{t-1} = \sum_{k=1}^{t-1} y_k$, em que $k = 1, 2, \dots, t$.

O parâmetro m é encontrado através de um processo de otimização linear, no qual são calculadas as raízes do polinômio formado pelos coeficientes da regressão acima. Nesse caso,

as raízes do polinômio $z = \alpha + \beta_1x + \beta_2x^2$ são calculadas, e m é a parte real da maior raiz desta equação.

O parâmetro p pode ser encontrado como a razão $p = \frac{\alpha}{m}$, enquanto o parâmetro q pode ser encontrado como a soma $q = \beta_1 + p$.

A função $f(t)$, que representa o número de adeptos no período t e foi apresentada no corpo do texto, pode ser calculada como a diferença entre $N(t)$ e $N(t-1)$, pois esses valores representam valores acumulados. Ou seja, $f(t) = N(t) - N(t - 1)$.

A tabela a seguir apresenta os respectivos valores para os parâmetros p , q e m das estimativas realizadas para os casos do CS:GO e do Windows 7.

Tabela 1 - parâmetros estimados para a função de Bass

Exemplo\Parâmetro	p	q	m
CS:GO	$3,85 \cdot 10^{-4}$	0,14	28,69
Windows 7	$1,43 \cdot 10^{-3}$	0,09	24,39

Nota: É importante observar que, no caso dos dados do CS:GO, eles não estão em uma escala relativa, o que significa que para obter os valores apresentados na seção, é necessário multiplicar $f(t)$ pelo valor máximo da média de jogadores, que equivale a 379.427. Esta correção se deve a uma limitação do algoritmo no pacote *diffusion*, que exige que os valores estejam na faixa de 0 a 1 para a otimização dos parâmetros. No entanto, após a otimização, basta multiplicar os resultados pela máxima para retornar aos valores originais, conforme mencionado na nota de rodapé da seção 3.

É importante destacar que o uso do filtro de Bass é fundamental para estimar a massa crítica, pois o método requer uma função bem-comportada. O filtro suaviza choques temporários ou transitórios em uma série temporal (e.g., choque macroeconômicos, sazonalidade), permitindo o cálculo adequado das derivadas da função. Isso pode ser observado ao comparar as curvas estimadas com as originais para os casos do CS:GO e do Windows 7.

É crucial enfatizar que o propósito de utilizar a função de Bass é criar um método de *screening* para identificar o alcance da massa crítica. Enquanto a função suaviza influências temporárias na série, ela também deve preservar influências de longo prazo. O objetivo é garantir que a abordagem seja capaz de identificar mudanças permanentes nas tendências de hábitos e preferências em relação ao serviço ou produto de plataformas digitais.

A função está disponível no pacote *diffusion* para o software R e os parâmetros são automaticamente calculados na função.

FORMALIZAÇÃO MATEMÁTICA DAS HIPÓTESES PARA O *SCREENING* DO PONTO DE MASSA CRÍTICA

Para o cálculo da massa crítica, há duas hipóteses principais que restringem o espaço em que a massa crítica será encontrada:

$$f'(t) = \frac{df(t)}{dt} > 0$$

$$f''(t) = \frac{d^2f(t)}{dt^2} > 0$$

A primeira hipótese determina que a função seja crescente no ponto de massa crítica e a segunda que ela esteja acelerando.

A hipótese apresentada por Puumalainen et al. (2011) determina que o ponto de massa crítica não pode ser posterior ao ponto de aceleração máxima da função de difusão no tempo. Formalmente:

$$t_{mc} \leq s: \arg \max_{1 \leq t \leq T} f''(t) = s, t = 1, 2, \dots, s, \dots, T$$

Essa restrição implica apenas que a massa crítica será atingida em algum ponto em que a aceleração da curva é crescente.

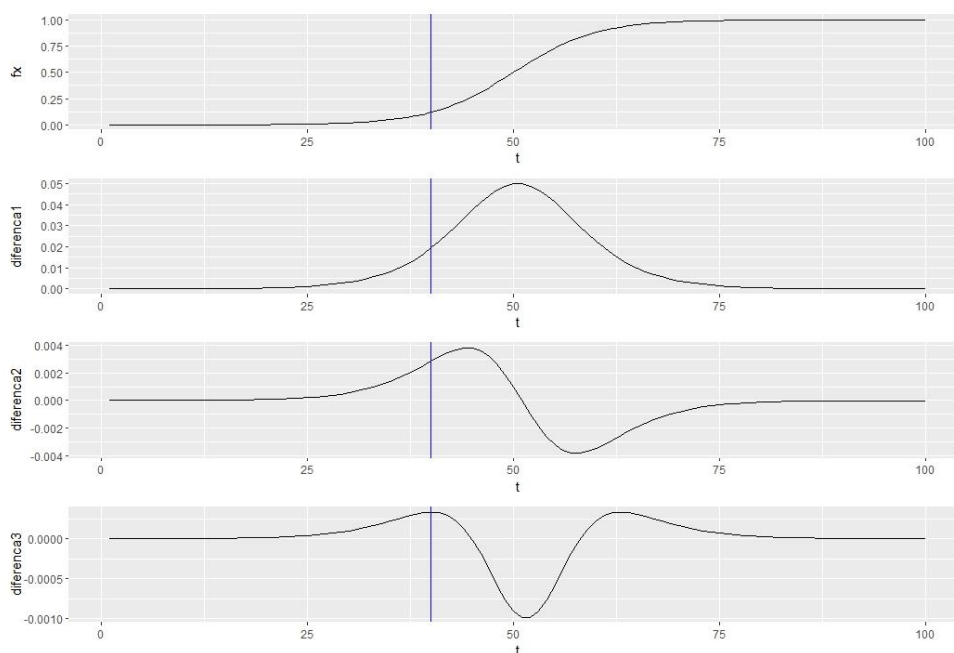
A terceira hipótese apresentada no artigo determina que o ponto de massa crítica pode ser encontrado através do ponto de inflexão da curva de aceleração, no momento que ela está em fase de crescimento. Esse ponto é relevante porque, a partir desse momento, haverá aumentos da aceleração a taxas decrescentes, até o ponto em que a aceleração começará a cair.

Matematicamente, este ponto pode ser encontrado através do ponto de máxima da terceira diferença, sujeito às hipóteses 1 e 2:

$$\text{massa crítica} = \max_{1 \leq t \leq T} f'''(t)$$

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta a visualização gráfica desse ponto em relação à curva de difusão, a taxa de crescimento, aceleração e a terceira diferença no tempo. O ponto de máxima da terceira diferença coincide com o ponto de inflexão da curva de aceleração. No ponto atribuído como o ponto de massa crítica, a função está crescendo e acelerando, como pode ser observado através das diferenças 1 e 2.

Figura 9 – Ponto de massa crítica e visualização gráfica



Fonte: elaboração própria.

Sobre os(as) autores(as):

Leonardo de Castro Lima | *E-mail:* leonardodecastrolima@gmail.com

Mestre em Economia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Foi consultor na FINEP, elaborando modelos de avaliação de impacto das políticas de financiamento, posteriormente atuou como Assistente de Pesquisa na FGV. Hoje é economista na LCA Consultores.

João Carlos Nicolini de Moraes | *E-mail:* joaocarlosnicolini@gmail.com

Doutor em Ciências Econômicas pela Universidade de Brasília (UnB), atua na área de Economia do Direito. Foi Coordenador do departamento de estudos econômicos do CADE e Gerente de Contas Públicas na Secretaria de Estado da Economia de Goiás. Hoje é Gerente-especialista na LCA Consultores.

Gabriel Takahashi | *E-mail:* gabriel.silva.takahashi@gmail.com

Economista pela FEA-USP e mestre pelo Instituto de Ensino e Pesquisa (Insper). Hoje é economista sênior na LCA Consultores, atuando na área de concorrência com foco em economia digital e saúde.

Data de submissão: 30 de junho de 2023.

Data do aceite: 24 de outubro de 2023.